Le partage des tâches en construction : une modélisation simple

Antoine Prévet

Université Paris 1

UFR 02 Sciences Economiques
Master Economie Théorique et Empirique
Master 2 Recherche en Microéconomie

LE PARTAGE DES TÂCHES EN CONSTRUCTION : UNE MODÉLISATION SIMPLE

Dirigé par Fleckinger Pierre
Présenté et soutenu par Prévet Antoine

2013

J'adresse mes sincères remerciements à :

Monsieur Pierre Fleckinger pour son soutien constant tout au long de l'année, sa disponibilité et sa patience.

L'équipe encadrant le séminaire de Microéconomie du Master 2 Recherche ETE pour leurs conseils.

Ainsi que tous ceux qui par leur écoute et leurs remarques m'ont aidé dans la réalisation de ce mémoire.

Table des matières

Résumé.

L'objectif de ce travail est de proposer un modèle à même d'expliquer la répartition des tâches entre les différents acteurs de la construction (maître d'ouvrage, architecte, maître d'oeuvre) dans le cadre d'un projet architectural, de déterminer des mécanismes sous tendant cette répartition. Il apparaît que le choix du type d'organisation pour le Principal repose sur deux mécanismes dépendant de paramètres du modèle, le premier poussant le Principal à choisir le plus productif des agents pour chaque tâche et le second le poussant à utiliser, ou ne pas utiliser, la capacité de prise en compte des coûts croisés entre les différentes tâches dans la détermination du niveau d'effort par l'architecte. Nos résultats sont étendus, dans un second temps, à un cadre où l'évaluation de l'effort de l'architecte est subjective où nous retrouvons les mêmes mécanismes à ceci près que le système de délégation, inutilisable par le Principal à cause d'un phénomène de double marginalisation dans le cadre sans subjectivité, semble être préféré, dans certains cas puisqu'il permet au Principal de se soustraire aux conflits liés à la subjectivité de l'évaluation. Ce travail poursuit, par ailleurs, un objectif secondaire en s'intéressant à l'importance de donner un savoir technique à l'architecte, cette considération s'inscrivant dans les reflexions émises lors de la concertation sur la réforme de l'enseignement de l'architecture qui a débutée l'été dernier et dont le rapport à Madame la Ministre a été rendu récemment.

Abstract.

The aim of the present work is to propose a model able to explain the repartition of tasks between the actors of building, to show the mechanisms leading to this repartition. It seems that there are two main mecanisms driving the choice of the Principal : the first one is a bit trivial pushing the Principal to choose the more efficient agent to accomplish a task ; the second one is more complicated pushing the Principal to choose or not to choose, according to the parameters, the capability of the architecte who takes into account the crossed effects between the different tasks. Our results are then extended to include subjectivity in the evaluation of the architect's effort and are similar except for the fact that delegation, useless in the precedent framework, cause a double marginalisation phenomenom, becomes a useful tool to avoid conflicts for the Principal. Besides, this work has a secondary objective regarding the impact of the amount of the architect's technical knowledge. This consideration comes from the concertation upon the renewing of the teaching of Architecture in France.

1. Introduction

Le travail présenté ici cherche à utiliser les outils et savoirs dégagés par la tradition des contrats incitatifs suivant les modèles de type Principal-Agent et, plus particulièrement, les réflexions touchant au design des emplois et tenter de les appliquer à un champ particulier de l'économie : la construction, le bâtiment. Nous essaierons, en outre, d'expliquer par ces mêmes moyens les considérations soustendant la réforme de l'enseignement de l'architecture en France, lancée pendant l'été 2012, voulant axer la formation vers le savoir technique et augurer de sa pertinence.

Ce faisant, nous considérerons des questions traversant notre champ de référence comme celle de la mesurabilité de la performance, de la répartition des tâches entre les agents, des modalités de l'incitation dans un cadre où les actions de l'agent ne sont pas observables après qu'il soit engagé par le Principal, dans un cadre d'aléa moral. A la suite d'Holmstrom et Milgrom (1991), nous considérons ici le design des emplois comme un instrument important pour le contrôle des incitations. Certaines organisations facilitant l'introduction de systèmes incitatifs et d'autres limitant les effets entravant notamment dans le cas d'un déficit de mesurabilité. Notre objectif nous invitera à nous questionner sur l'optimalité de tel ou tel type d'organisation en cherchant à choisir le mode organisationnel induisant, pour un niveau donné de profit, le coût le plus bas pour le Principal de pousser l'agent à l'effort. Dans cette optique, notre mémoire s'inscrit dans la lignée des travaux de Baliga et Sjöström, en particulier de leur article « Decentralization and collusion » (2001), tant pour ce qui est du champ d'application que pour la stratégie, dans une certaine mesure. Cependant, dans notre cadre, l'effort est une information privée pour chaque agent et il n'y a pas de risque de collusion entre les agents.

De même, notre modélisation est redevable des enseignements d'Itoh (1994), notamment pour ce qui est de la substituabilité dans les tâches, nous permettant, comme lui, d'arriver à la conclusion que, dans certains cas, il est préférable pour le Principal de confier plusieurs tâches à un même agent. En effet, nous montrons que, pour certaines valeurs des paramètres du modèle et pour un certain profit recherché par le Principal, confier l'ensemble des tâches à un unique agent est le meilleur choix. Le Principal, se faisant, comptant moins sur une productivité individuelle plus forte que sur la capacité de l'Agent à prendre en compte des effets croisés au moment où il décide de son effort. Toutefois, au rebours du propos d'Itoh (1994), nous ne nous intéresserons pas ici à la production en équipe considérant que, dans le cadre que nous avons arrêté, nous pouvons étudier le poids des tâches séparément.

Enfin, pour nous rapprocher au mieux de ce qu'on observe dans la réalité, nous devrons nous écarter du cas étudié par Holmstrom et Milgrom (1991) et cesser de considérer les performances comme des éléments mesurables et vérifiables. Pour reprendre le mot de Prendergast (1999), « la plupart des gens ne font pas ce genre de travail ». En effet, il est toujours possible de penser qu'une évaluation de performance est subjective notamment dans une économie où les bonus et les promotions sont si présents et jouent un rôle à ce point important. Cela s'applique, *a fortiori*, au champ de la construction et à l'architecture en particulier. De plus, il est difficile d'évaluer objectivement la « qualité » d'un bâtiment notamment de part la disparité des goûts, des connaissances techniques et l'évaluation de son évolution future. Se fondant sur les travaux de MacLeod (2003) qui introduisent la subjectivité dans le modèle Principal-Agent sans recourir à un jeu répété, nous démontrons que le contrat optimal dans ce cadre prend la forme d'un contrat à seuils impliquant un bonus pour l'agent s'il dépasse le niveau minimum et une pénalité pour le Principal s'il annonce ce niveau minimum. En comparant les paiements induits par ce type de contrat avec les paiements dans le cadre sans subjectivité, à niveau équivalent d'utilité pour le Principal, nous remarquons que, sous certaines conditions qui semblent se vérifier dans la réalité, le coût global pour le Principal est inférieur dans le cas de la subjectivité. Cette formulation apparaît donc comme une alternative au concept de dissonance cognitive mis au jour par l'économie comportementale et par Festinger (1957) en particulier où l'agent à la croyance de gagner en ignorant une partie des mauvaises nouvelles. Par ailleurs, l'étude du cas subjectif semble donner une importance nouvelle au système de délégation, ces derniers n'étant jamais préférés par le Principal dans un cadre sans subjectivité à cause de l'apparition d'un phénomène de double marginalisation tel que démontré par Spengler (1950).

Dans la suite de ce travail, nous allons commencer par présenter le modèle (2), avant d'exposer nos résultats (3) et de considérer l'introduction de la subjectivité (4).

2. Le modèle

2.1. **Quelques éléments introductifs.**

Notre objectif est de modéliser le choix optimal pour le maître d'ouvrage (celui qui commande des travaux) de l'organisation à mettre en place pour construire un bâtiment. Dans une optique de simplification, nous considérerons qu'il y a deux tâches distinctes mais liées à réaliser : la réalisation d'un plan et la construction proprement dite comportant le choix des entreprises, le suivi des travaux, etc. Considérant le cadre légal du droit de la construction en France, une telle simplification n'est pas sans rapport avec la réalité. En effet, pour la construction de bâtiments, notamment des bâtiments à caractère public ou financés avec le recours aux deniers de l'Etat, la réalisation fait le plus souvent l'objet de deux appels d'offre séparés. Le premier portant sur le plan, mettant en concurrence les architectes, et le second portant sur la maîtrise d'oeuvre, sur la conception et la conduite opérationnelle de travaux.

Dans cette première partie, nous ne chercherons pas à introduire une fonction de production faisant intervenir le programme du principal, ici le maître d'ouvrage, mais nous étudierons les caractéristiques des modes organisationnels différant selon l'allocation des tâches. Nous essaierons d'identifier les critères présidant au choix entre les différents modes. Parmi toutes les combinaisons possibles, deux modes organisationnels semblent pertinents. Le maître d'ouvrage peut, dans un premier temps, choisir un architecte et, dans un second temps, le maître d'oeuvre. Ce cas est courant dans la réalité notamment lorsqu'il s'agit de bâtiments requérant un haut niveau de conception. L'autre organisation possible est de confier au seul architecte à la fois la réalisation du plan et la maîtrise d'oeuvre. Seul l'architecte peut effectuer les deux tâches, un entrepreneur n'ayant ni le savoir technique, ni la possibilité légale de réaliser un plan par lui-même.

Dans notre modèle, et dans le but de se placer dans le cas le plus général possible, les deux agents sont considérés comme neutres au risque. Cette hypothèse peut être levée. Sans définir de fonction de production, nous considérons que deux éléments sont raisons de la valeur d'un projet : la qualité (q) et la faisabilité (f). Par qualité, on entend le caractère esthétique du bâtiment, l'innovation conceptuelle, sa capacité à remplir la tâche pour laquelle il a été construit, son originalité etc. Par faisabilité, on entend le caractère réalisable, techniquement, du bâtiment. Pour augmenter les niveaux de qualité et de faisabilité, les agents doivent exercer un effort et cet effort a un coût. Dans le cas de l'intégration, l'architecte est le dépositaire des deux tâches, il subit un coût $c(e_q, e_f)$. Dans le cas de la spécialisation, l'architecte subit un coût $c(e_q, 0, q, 0)$ et le maître d'oeuvre subit un coût $c(0, e_f, q, f)$. Pour obtenir des résultats explicites, on suppose que la fonction de coût est quadratique. On étudiera plus avant la fonction de coût dans la sous-section suivante.

2.2. **Les différents types d'organisation.**

Nous nous proposons, dans un premier temps, de nous pencher sur le cas de la spécialisation où il y a un agent pour chaque tâche : il y a un architecte et un maître d'oeuvre. Comme il a été dit plus haut, on choisit une fonction de coût quadratique.

$$c(e_q, e_f, q, f) = \frac{1}{2}ae_q^2 + \frac{1}{2}be_f^2 + \delta qf$$

Augmenter la qualité et la faisabilité du projet se fait au prix d'efforts coûteux. Dans la fonction de coût apparaît un terme renvoyant à des coûts croisés. En effet, il n'est pas absurde de penser que le niveau de qualité influence le coût de la faisabilité et réciproquement. Par exemple, construire un bâtiment avec une haute faisabilité comme un cube de béton rendra une qualité élevée très difficile à obtenir. Il est possible d'envisager le problème sous un autre angle : si le δ est négatif, alors un haut niveau pour un critère facilite l'accès à un haut niveau pour le second. Par exemple, si un plan est de bonne qualité alors il sera plus facile à réaliser. Dans le cas de la spécialisation totale, l'architecte est limité à la tâche de la réalisation du plan et l'entrepreneur à celle de la maitrise d'oeuvre. Dans cette configuration, la réalisation du projet se fait en deux temps. D'abord, le maître d'ouvrage sélectionne un architecte qui est chargé uniquement de la confection du plan, et donc de la dimension qualité du projet en considérant que la qualité du projet dépend principalement de la qualité du plan. Ensuite, le principal (ici le maître d'ouvrage), sélectionne un maître d'oeuvre chargé de la partie faisabilité du projet. Dans ce contexte, l'architecte ne fait face qu'au coût de l'effort induit par l'obtention d'une certaine qualité. En effet, avec cet enchainement des événements dans le temps, l'architecte, dans ce modèle, n'a pas à prendre en compte le niveau de faisabilité dans son effort sur la qualité du plan.

Nous proposons d'introduire dans ce modèle un transfert linéaire en guise de rémunération pour les agents, dépendant des niveaux de qualité et de faisabilité. Ainsi, pour un niveau q de qualité, l'architecte reçoit $w_a q$. Choisir un tel type de transfert implique de considérer que les niveaux de qualité et de faisabilité sont, au moins en partie, mesurables. En effet, il est possible d'envisager qu'à la réception du plan (choisi à l'issue d'un concours) le maître d'ouvrage peut se faire une idée assez juste de la qualité qui comporte une forte dimension subjective et qui pourrait s'interpréter comme un niveau d'originalité. De même, la faisabilité à la réception du projet parait constatable. La fonction d'utilité de l'architecte dans ce cas peut donc être exprimée de la façon suivante :

$$u_a(e_q) = w_a q - c(e_q, 0, q, 0)$$

Ce qui peut s'écrire sous la forme :

$$u_a(e_q) = w_a q - \frac{1}{2} a e_q^2$$

Pour ce qui est du maître d'oeuvre, les fonctions de coûts et d'utilité diffèrent quelque peu. En effet, si l'architecte, en déterminant la qualité du plan, ne prend pas en compte le surcoût que cela entrainera pour la faisabilité, ce n'est pas le cas pour le maître d'oeuvre. Ce dernier, en plus du coût induit par l'effort en faisabilité, fait face à un coût croisé coefficienté par δ. Comme on l'a dit plus haut, ce coût croisé renvoie à l'impact du niveau de qualité sur la difficulté à atteindre un niveau de faisabilité. Dès lors, la fonction d'utilité du maître d'oeuvre devient :

$$u_e(e_f) = w_e f - c(0, e_f, q, f)$$

Ce qui, encore une fois, peut s'écrire sous la forme

$$u_e(e_f) = w_e f - \frac{1}{2} b e_f^2 - \delta q f$$

En considérant que $q \in [0,1]$ et que $f \in [0,1]$, on peut représenter les programmes des agents sous la forme suivante :

$$\begin{cases} q \in argmax_{q'}[u_a(e_{q'})] \\ f \in argmax_{f'}[u_e(e_{f'})] \end{cases}$$

Ou encore :

$$\begin{cases} q \in argmax_{q'}[w_a q' - \frac{1}{2} a e_{q'}^2] \\ f \in argmax_{f'}[w_e f' - \frac{1}{2} b e_{f'}^2, - \delta q f'] \end{cases}$$

Dans une optique de simplification, on va supposer, en outre, que :

$$e_q \equiv q$$

et que :

$$e_f \equiv f$$

Le programme des agents devient :

$$\begin{cases} q \in argmax_{q'}[w_a q' - \frac{1}{2}aq'^2] \\ f \in argmax_{f'}[w_e f' - \frac{1}{2}bf'^2 - \delta q f'] \end{cases}$$

L'étude de la convexité des coûts et de la contrainte de participation des agents est présentée dans l'Annexe 1. Grâce aux conditions de premier ordre, il est possible d'obtenir les meilleures réponses des agents dans le cas de la *spécialisation* :

$$\begin{cases} q = \frac{w_a}{a} \\ f = \frac{w_e - \delta q}{b} \end{cases}$$

Le second cas est celui de l'intégration où un seul agent accomplit les deux tâches. Comme nous l'avons déjà évoqué plus haut, dans notre modèle, le seul agent capable de se charger à la fois de la qualité et de la faisabilité est l'architecte pour deux raisons évidentes. D'abord, parce que l'entrepreneur n'a pas forcément les capacités techniques et la formation pour dessiner des plans. Ensuite, parce que le droit de la construction français pose comme condition préalable à la construction de tout bâtiment de plus de $170m^2$ (loi n°77-2 du 3 janvier 1977) la signature d'un plan par un architecte. Dans le cadre intégré, l'architecte effectue les deux tâches. Dans ce cas, contrairement à ce qui se passait dans le cas de la spécialisation, l'architecte prend en compte l'impact du niveau de qualité du plan sur la difficulté à atteindre un niveau de faisabilité. Cette intégration laisse présager la possibilité d'un gain de coordination et la fonction de coût de l'architecte est de la forme :

$$c(e_q, e_f) = \frac{1}{2}ae_q^2 + \frac{1}{2}ce_f^2 + \delta q f$$

Dans cette formule, on constate que le coefficient attaché au coût de l'effort pour la faisabilité change, il passe de b à c. En effet, il n'y a aucune raison de penser que l'architecte et l'entrepreneur ont la même facilité à accomplir la seconde tâche. Cette remarque aura une grande importance par la suite. Dans ce cas, la fonction d'utilité de l'architecte peut s'écrire :

$$u_{ae}(e_q, e_f) = w_a q + w_e f - c(e_q, e_f)$$

Ce qui est équivalent à :

$$u_{ae}(e_q, e_f) = w_a q + w_e f - \frac{1}{2}aq^2 - \frac{1}{2}cf^2 - \delta q f$$

Il est notable que le mode de rémunération reste identique à celui utilisé dans le cas de la spécialisation, le Principal continue de pouvoir observer, au moins partiellement, les niveaux de qualité et de faisabilité et verse une compensation linéaire pour les deux critères et, cette fois, il les verse au même agent. Le programme de l'agent dans ce cadre est :

$$(q, f) \in argmax_{(q',f')} w_a q' + w_e f' - \frac{1}{2} a q'^2 - \frac{1}{2} c f'^2 - \delta q' f'$$

Grâce aux conditions de premier ordre, les meilleures réponses de l'agent sont obtenues dans le cas de *l'intégration* :

$$\begin{cases} q = \frac{w_a - \delta f}{a} \\ f = \frac{w_e - \delta q}{c} \end{cases}$$

Concernant les questions renvoyant à convexité de la fonction de coût et aux contraintes de participation des agents, nous vous renvoyons à l'Annexe 2.

Aux cas déjà étudiés, il faut en ajouter un autre. En effet, face au choix que rencontre le principal impliquant pour lui des coûts de recherche d'information, des compétences techniques et des coûts d'interaction, il est envisageable qu'il ait des velléités à introduire un système de délégation. Ce faisant, il se déchargerait du choix du type d'organisation et diminuerait le nombre de ses interlocuteurs en espérant se reposer sur le savoir et les compétences de son délégué. A la suite de Baliga et Sjöström (2001) nous nous proposons de donner au Principal la possibilité de déléguer.

Nous considérons, d'abord, une fonction de profit générale pour le Principal qui sera développée dans la sous-section suivante : $\pi(q, f) = U(q, f) - B(q, f)$ où $U(q, f)$ est l'utilité que le Principal tire d'un projet avec une qualité q et une faisabilité f. La fonction $B(q, f)$ est la fonction de coût du principal dans le cas de la délégation. Cette fonction peut aussi être vue comme le budget alloué par le Principal à son délégué. Ce budget dépend des niveaux de qualité et de faisabilité pour conserver une dimension incitative dans le choix par les agents et, en particulier, par le délégué des niveaux de q et de f. Deux délégations sont envisageables : à l'architecte ou au constructeur (le cas de la délégation au constructeur sera traité dans l'Annexe 3). Le Principal peut décider de confier la totalité du projet de construction - de la conception à la remise de clef - à l'architecte. Ce cas de figure est couramment observé dans la réalité. Il correspond au niveau de mission le plus étendu d'un point de vue légal pour l'architecte. Dans ce cadre, l'architecte peut encore choisir entre les deux types d'organisation : la spécialisation ou l'intégration. La fonction de profit définie ici ne sert qu'à la construction du cas de la délégation. L'introduction de la délégation implique un changement dans les fonctions d'utilité des agents dans le cas de la spécialisation :

$$\begin{cases} u_{aD1} = [B(q, f) - w_e f] - \frac{1}{2} a q^2 \\ u_{eD1} = w_e f - \frac{1}{2} b f^2 - \delta q f \end{cases}$$

La fonction d'utilité de l'architecte inclut le budget alloué par le principal, la partie du budget qui sera reversée au maître d'oeuvre ainsi que la fonction de coût de l'architecte dans le cas de la spécialisation. Pour ce qui est du maître d'oeuvre, nous supposons que l'architecte adopte la stratégie de rémunération qu'avait utilisée le Principal dans le cadre sans délégation. La rémunération du maître d'oeuvre est donc linéaire de l'effort qu'il fournit et, par conséquent, du niveau de la faisabilité. La résolution du programme du maître d'oeuvre intégrée au problème de l'architecte, délégué du principal, donne les meilleures réponses suivantes, où $B_q(q,f)$ est la dérivée du budget en fonction de q et où $B_f(q,f)$ est la dérivée du budget en fonction de f, pour ce qui est de la *spécialisation* :

$$\begin{cases} B_{qD1}(q,f) = aq + \delta f \\ B_{fD1}(q,f) = 2bf + \delta q \end{cases}$$

Pour ce qui est du cas intégré, la fonction d'utilité de l'architecte est :

$$u_{aD2} = B(q,f) - \frac{1}{2}aq^2 - \frac{1}{2}cf^2 - \delta qf$$

Les meilleures réponses sont de la forme suivante pour le cas *intégré* :

$$\begin{cases} B_{qD2}(q,f) = aq + \delta f \\ B_{fD2}(q,f) = cf + \delta q \end{cases}$$

Si la délégation à l'architecte est totale, il est libre de choisir le mode organisationnel qui lui convient le mieux. Pour connaître son choix, il suffit de comparer ses fonctions d'utilité dans les cas de la spécialisation et de l'intégration. On obtient la condition suivante :

$$u_{aD1} \geq u_{aD2} \quad \Leftrightarrow \quad b \leq \tfrac{c}{2}$$

En d'autres termes, lorsque que la délégation est donnée à l'architecte, ce dernier ne préférera le cas de la spécialisation que lorsque sa productivité en ce qui concerne la faisabilité est deux fois moins importante que celle du constructeur. En effet, l'architecte fait face à un trade-off entre garder pour lui-même tout le budget alloué par le principal et bénéficier de la meilleure productivité du constructeur ce qui diminue ses coûts et augmente le budget reçu. De la même manière, il est possible de s'interroger sur le mode d'organisation, dans le cadre de la délégation, préféré par le Principal. Pour se faire, nous nous proposons de comparer, à niveaux de qualité et de faisabilité donnés, les fonctions de coût du Principal. Cela est équivalent à comparer, à (q,f) donné, les profits selon les cas. Cette comparaison nous donne les conditions suivantes :

$$\begin{cases} B_{qD1} & = B_{qD2} \\ B_{fD1} \leq B_{fD2} & \Leftrightarrow b \leq \tfrac{c}{2} \end{cases}$$

Ainsi, on remarque que les préférences du Principal et de l'Agent délégué ne sont pas contradictoires. Le choix d'organisation de l'architecte correspond au choix du Principal. Ici, il n'y pas utilité à contracter sur le mode d'organisation à retenir.

2.3. **Les termes du choix du Principal.**

L'objectif ici est d'étudier le programme du Principal en gardant la forme la plus générale possible pour la fonction d'utilité attachée au niveau de qualité v et d'étudier ce qu'un changement de la forme de v entraine au niveau de l'utilité du Principal et de son programme. Dans ce cadre, la forme de la fonction v est le seul paramètre modifiable. Cette démarche veut suivre la ligne d'une statique comparative. Nous cherchons à connaître le niveau préféré de qualité et de faisabilité par le Principal. Pour les déterminer, il faut résoudre le programme du Principal qui est de la forme :

$$\begin{cases} \max_{(q,f)} u(q,f) - c(q,f) \\ s.t.\ les\ contraintes\ incitatives \end{cases}$$

On remarque donc que le Principal doit maximiser son profit en intégrant dans la détermination de son choix les contraintes incitatives de ses agents. Pour ce qui est de la fonction d'utilité du Principal, elle prend une forme traditionnelle :

$$u(q,f) = fv(q) + (1-f)v(0)$$

Ici, le niveau de faisabilité du projet joue comme une probabilité de succès. Le bâtiment, avec une probabilité f est effectivement construit et répond aux attentes. Si le bâtiment est construit, le maître d'ouvrage peut jouir du niveau de qualité q auquel il accorde une valeur $v(q)$.On suppose en outre que :

$$\frac{dv}{dq} > 0$$

v est une fonction croissante de q, tout comme u est une fonction croissante de q et de f. Pour ce qui est de sa fonction de coût, elle est linéaire des efforts fournis par le ou les agent(s) dans les deux tâches :

$$c(q,f) = w_a q + w_e f$$

Cette fonction de coût diffère selon le type d'organisation que l'on cherche à étudier. En effet, grâce aux enseignements tirés de la partie précédente, il est possible, à partir des fonctions de meilleures réponses des agents, de donner une expression des salaires respectant les contraintes incitatives en fonction des niveaux de la qualité et de la faisabilité.

$$\begin{cases} c(q,f) = q.q + f.(fb + \delta q) & \textit{Spécialisation} \\ c(q,f) = q.(q + \delta f) + f.(fc + \delta q) & \textit{Intégration} \end{cases}$$

Ce qui peut aussi s'écrire comme :

$$\begin{cases} c(q,f) = q^2 + f^2 b + \delta qf & \textit{Spécialisation} \\ c(q,f) = q^2 + f^2 c + 2\delta qf & \textit{Intégration} \end{cases}$$

3. Les résultats

3.1. **Le cas de référence.**

Nous cherchons à présent à comparer les différents types d'organisation que nous avons décrits plus haut du point de vue du Principal. Nous cherchons à déterminer sous quels critères s'effectue le choix du Principal entre les différents types d'organisations et pour quelles valeurs de ces critères un type d'organisation est préféré à un autre. Tout au long de cette partie, nous allons normaliser a en lui donnant pour valeur 1. Faire cette simplification n'est pas préjudiciable puisque, dans notre modèle, a n'est qu'un paramètre d'échelle. La démarche par comparaison que nous allons adopter suivra une logique orientée vers l' *output* : quels niveaux de salaires faut-il mobiliser pour atteindre des niveaux de qualité et de faisabilité donnés ? Le cas particulier comparant les organisations pour une productivité identique sur la seconde tâche entre les deux Agents sera traité dans l'Annexe 4, tandis que le raisonnement en *input* (quels niveaux de qualité et de faisabilité peut-on atteindre avec un niveau donné de salaire) sera traité dans l'Annexe 5. La logique en *output* à niveaux de qualité et de faisabilité donnés nous donnera notre cadre de référence. Rappelant les meilleures réponses des cas spécialisés et intégrés sous une forme propre à la comparaison :

$$\begin{cases} w_{a1} = q \\ w_{e1} = fb + \delta q \end{cases} \qquad \begin{cases} w_{a2} = q + \delta f \\ w_{e2} = fc + \delta q \end{cases}$$

Il apparaît que $w_{a1} \geq w_{a2}$ selon les conditions :

$$\begin{cases} \delta \geq 0 \\ f \leq 0 \end{cases} \quad ou \quad \begin{cases} \delta \leq 0 \\ f \geq 0 \end{cases}$$

De même, il apparaît que $w_{e1} \geq w_{e2}$ si et seulement si $\gamma \geq 1$. Le Principal cherche le mode organisationnel qui, pour un couple donné de qualité et de faisabilité, lui coûtera le moins cher. Quatre situations apparaîssent à la suite de la comparaison des coûts pour le Principal dans le cadre de référence. Ces situations sont définies par les paramètres du modèle et conditionnent le choix du Principal, elles sont exposées dans la proposition suivante :

Proposition 1. *Pour $\delta > 0$ et $\gamma < 1$, le Principal préférera le cas de la spécialisation .*

Pour $\delta < 0$ et $\gamma > 1$, le Principal préférera le cas de l'intégration.

Pour $\delta > 0$ et $\gamma > 1$, il existe un niveau de qualité q renvoyant à un niveau de faisabilité f (la contrainte budgétaire du Principal permettant d'exprimer f comme une fonction de q) à partir duquel l'intégration sera préférée à la spécialisation .

Pour $\delta < 0$ et $\gamma < 1$, il existe un niveau de qualité q' renvoyant à un niveau de faisabilité f' à partir duquel la spécialisation sera préférée à l'intégration .

Deux critères semblent présider au choix, par le Principal, du mode d'organisation. Le premier est lié à la différence de productivité entre les Agents pour ce qui est de la tâche sur la faisabilité. Si le constructeur est plus productif que l'architecte dans la détermination du niveau de faisabilité, si le constructeur atteint un niveau donné f avec un coût plus bas que celui qu'aurait demandé l'architecte, alors le Principal est poussé à choisir le constructeur pour accomplir la seconde tâche. Il est donc poussé à choisir le cas de la spécialisation. Le second critère est lié au coût croisé et à la capacité de l'architecte à le prendre en compte. En effet, dans le cas de l'intégration, l'architecte prend en compte, lors de sa sélection du niveau de qualité, l'action que ce dernier aura sur le niveau de faisabilité, ou plutôt sur le coût de ce niveau. Ainsi, cette prise en compte par l'architecte dans le cas intégré a un effet vertueux lorsque δ est négatif et que le coût croisé est positif : l'architecte sera incité à choisir un niveau de qualité d'autant plus grand qu'il facilitera son action sur la faisabilité. En suivant le même raisonnement, cette prise en compte est un poids supplémentaire pour le Principal lorsque $\delta > 0$ et que le coût croisé est négatif puisqu'une relation inverse s'établit entre le niveau de qualité et la facilité d'atteindre un niveau donné de faisabilité. De ces deux critères émerge un trade-off pour le Principal entre choisir ou éviter la prise en compte par l'architecte de l'impact du niveau de la qualité sur la faisabilité et engager l'Agent ayant la meilleure productivité pour la seconde tâche. Les cas où aucune solution n'apparaît comme triviale pour le Principal sont décrits dans les deux derniers alinéas de la Proposition 1 et les différents états du monde sont rassemblés dans la figure suivante.

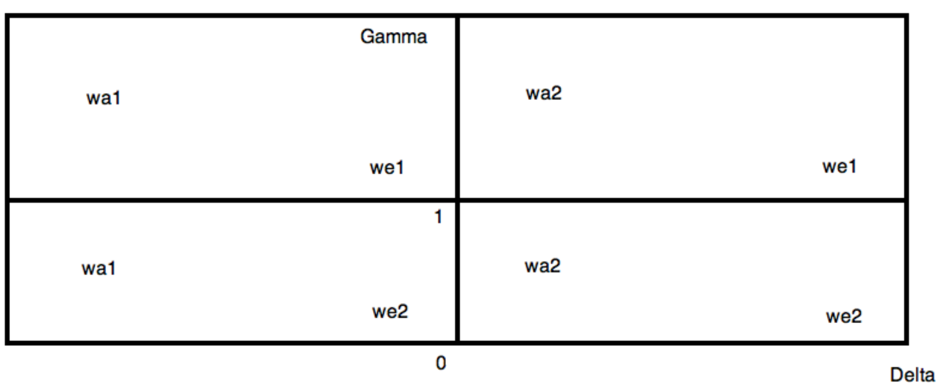

FIGURE 3.1. Les plus hauts salaires pour un niveau donné de qualité et de faisabilité en fonction des paramètres δ et γ

Il est possible d'illustrer cette configuration d'une autre manière en réfléchissant directement en termes de coûts pour le Principal. Nous avons réalisé une simulation de ces fonctions de coût en fonction de la qualité et de la faisabilité et suivant certaines valeurs pour les paramètres δ et γ. Cette simulation peut se représenter comme suit (le détail du calcul des coûts est donné en Annexe 6) :

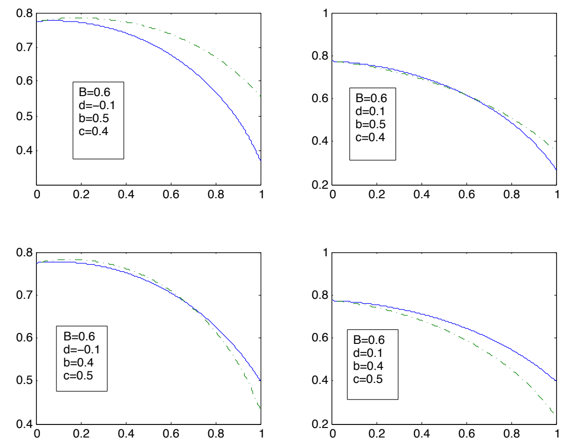

Figure 3.2. Simulations pour les contraintes budgétaires du Principal

Cette figure expose plus clairement les résultats condensés dans la proposition 1 et dans les interprétations qui la suivent. Les quatre états du monde envisageables apparaissent de nouveau ainsi que les mécanismes que nous avons mis au jour précédemment. En particulier, en se penchant sur les cas décrits dans les deux derniers alinéas de la proposition 1, il est visible que les fonctions de coûts du Principal associées aux cas spécialisés (ligne pleine) et intégrés (ligne en pointillés) se croisent une unique fois, ce point de section donnant le seuil pour lequel le Principal passera d'un type d'organisation à l'autre. Ce seuil est fonction des paramètres du modèle et peut être représenté par un couple de qualité et de faisabilité (q, f) (respectivement (q', f')) tels que décrits dans la proposition 1.

S'il fallait ici adopter une posture normative quant au "bon" niveau de formation technique à donner à l'architecte lors de sa formation, la productivité marginale de l'architecte pour ce qui est de la faisabilité étant une fonction croissante de ses compétences techniques (compétences en ingénierie, études des sols, études des matériaux, etc.), il y aurait plusieurs cas à considérer. Dans un premier temps, il faut remarquer que cette diminution du coefficient c entraîne, dans tous les cas, une diminution du coût pour le Principal sur la tâche déterminant la faisabilité dans un cadre intégré. Ainsi, pour ce qui est du cadran Nord-Ouest de la Figure 3.2, c'est une bonne chose pour le Principal. Pour ce qui est du cadran Sud-Est, une telle diminution n'a pas de réel impact du point de vue du Principal à moins qu'elle ne permette à l'architecte de devenir plus productif que le constructeur et ainsi de se placer dans le cadran Nord-Est. En effet, la dichotomie des états du monde est fondée sur le signe de $\gamma - 1$. Dans un second temps, il faut aussi noter qu'une diminution du coût dans la détermination de f n'est pas, à coup sûr, une bonne chose pour le Principal à cause des effets croisés que nous avons déjà évoqués. Si le coefficient δ est positif et que le coût croisé est négatif, alors faciliter l'accès à une valeur élevée de f aura pour conséquence d'augmenter le coût nécessaire à obtenir un q donné et *in fine* détournera le Principal du cas intégré. Dans le cas où les effets croisés sont positifs, où $\delta < 0$, une diminution du coefficient c aura l'effet inverse à celui qui vient d'être décrit et retardera le passage du cas intégré au cas spécialisé.

3.2. **Le cas particulier de la délégation et double marginalisation.**

Nous nous proposons dans ce qui suit d'introduire dans le système qui vient d'être exposé le cas de la délégation comme une nouvelle opportunité de choix pour le Principal et de prendre en compte cette éventualité dans notre comparaison à qualité et faisabilité données. Cela nous permet de poursuivre notre objectif d'explicitation de ce qu'il est possible d'observer dans la réalité : la délégation étant courante, notamment dans les cas des "grands" projets. Partant de notre modélisation, les meilleures réponses des agents suivant les cas avec ou sans délégation sont rappelées dans les systèmes suivants et les résultats de la comparaison sont synthétisés dans la proposition 2.

$$\begin{cases} w_{a1} = aq \\ w_{e1} = bf + \delta q \end{cases} \qquad \begin{cases} w_{a2} = aq + \delta f \\ w_{e2} = cf + \delta q \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} B_{qD1}(q,f) = aq + \delta f \\ B_{fD1}(q,f) = 2bf + \delta q \end{cases} \qquad \begin{cases} B_{qD2}(q,f) = aq + \delta f \\ B_{fD2}(q,f) = cf + \delta q \end{cases}$$

Proposition 2. *Dans le cadre de notre modèle, comportant de l'aléa moral et reposant sur une rémunération linéaire, à niveaux de qualité et de faisabilité donnés, il n'existe aucun cas où un système par délégation est strictement préféré par le Principal à un système sans délégation. Cela est dû à un phénomène de double marginalisation.*

Plusieurs commentaires peuvent être fait suite à cette comparaison. D'abord, il est notable que le cas de l'intégration implique le même coût pour le Principal dans les cas avec et sans délégation. En effet, compte tenu du mode de rémunération employé par le Principal, dans le cas de l'intégration, les cas avec et sans délégation sont identiques pour l'Architecte. Le problème étant le même, l'Agent choisit la même solution et par conséquent les coûts induits pour le Principal sont égaux. Pour ce qui est du cas de la spécialisation, ensuite, les coûts changent pour le Principal, pour les deux tâches. Pour ce qui est de la qualité, le coût pour le Principal est de $w_{a1} = aq$ pour le cas sans délégation et de $B_{qD1}(q, f) = aq + \delta f$ pour le cas avec délégation. L'Architecte dans le cas de la délégation récupère donc une rente qu'il ne touchait pas dans le cas sans délégation. Cette rente prend la valeur δf et correspond au coût croisé subi par l'architecte venant du niveau de faisabilité. Ainsi, contrairement à ce qu'on observe sans délégation, le Principal ne peut bénéficier d'une absence de prise en compte, par l'Architecte, du coût croisé lorsqu'il choisit le niveau de qualité qu'il fournit. Cela, parce qu'il a la charge de payer le maître d'oeuvre. En ce qui concerne la faisabilité, encore une fois, un écart est constaté entre le cas sans délégation et le cas avec délégation. Cette écart prend la forme d'une rente pour le maître d'oeuvre d'une valeur de bf qui dépend de sa productivité et du niveau d'effort fourni. Cette rente ne dépend pas d'un véritable coût pour le maître d'oeuvre mais seulement de sa position qui peut être interprétée comme une position de monopole. Ainsi, un phénomène de double marginalisation semble apparaître où deux monopoles semblent se trouver verticalement à la chaîne. Ces monopoles sont représentés par l'architecte et le maître d'ouvrage qui touchent plus que ce que leur coûtent leur effort, plus que ce qu'ils ne touchent dans un cas sans délégation. Une explication possible à l'apparition de ce phénomène serait que dans le cas de la délégation, contrairement au cas où le Principal contracte directement avec les agents, ces derniers obtiennent un pouvoir de marché l'un vis-à-vis de l'autre et vis-à-vis du Principal. Un tel phénomène et une telle interprétation se retrouvent dans l'article de Spengler publié en 1950.

A l'issue de ces deux sous-sections, nous sommes en mesure de connaître, suivant la valeur des paramètres du modèle, à niveaux de qualité et de faisabilité donnés, le type d'organisation qui sera choisi par le Principal. Il convient ici d'émettre des réserves touchant ces enseignements. En effet, notre cadre d'étude n'est pas général, reposant sur une rémunération linéaire. En particulier, ce cadre ne permet pas d'expliquer pourquoi la délégation s'observe dans la réalité. Nous nous attacherons dans la sous-section suivante à déterminer les critères présidant au choix de ces niveaux de qualité et de faisabilité.

3.3. **Les critères de choix du couple (q, f) pour le Principal.**

Pour poursuivre cet objectif, nous étudierons consécutivement les profits du Principal dans les cas de la spécialisation et de l'intégration. En nous penchant sur le cas de la spécialisation, les meilleures réponses des agents permettent d'écrire une fontion de coût pour le Principal de la forme $u(q, f) = q^2 + f^2 b + \delta q f$. Il est possible de normaliser $v(0) = 0$. Cette hypothèse est peu contraignante, elle suppose qu'un niveau de qualité nul n'apporte pas d'utilité au Principal et, du point de vue de la forme de v, elle contraint la fonction à passer par l'origine. Le programme du principal dans un cadre spécialisé devient une simple maximisation pouvant s'écrire comme :

$$\max_{(q,f)} fv(q) - q^2 - f^2 b - \delta q f$$

Notre but ici, n'est pas de résoudre définitivement le modèle, mais d'arriver à déterminer les mécaniques poussant le Principal à choisir tel ou tel couple de qualité et de faisabilité. Dans cette optique, la variable déterminante et, en fait, l'unique variable de l'équation est la forme de la fonction v. En dérivant le profit du Principal dans le cas de la spécialisation, noté π_1, en fonction de la qualité, on trouve :

$$\frac{d\pi_1}{dq} = fv'(q) - 2q - \delta f$$

Cette équation renseigne sur l'évolution du profit en fonction du niveau de qualité. Elle est positive si et seulement si $v'(q) \geq 2\frac{q}{f} + \delta$ (1) ce qui est équivalent à $q \leq \frac{f(v'(q)-\delta)}{2}$. Ces résultats n'apparaissent pas exotiques : le profit croît avec la qualité, puis, à partir d'un seuil, si ce seuil est atteint, décroît. Il peut donc exister un maximum au point où la pente du profit est nulle. Toutefois, une question se pose sur la forme de la fonction de profit, forme qui dépendra de la fonction v. En effet, il est possible d'imaginer que la condition numérotée (1) soit toujours respectée, soit parce que le profit atteignable ne quitte jamais sa partie "croissante", que le point de renversement de la pente n'est jamais atteint ; soit parce que la fonction de profit est convexe. Pour trancher cette question, il faut dériver une nouvelle fois la fonction de profit en fonction de la qualité :

$$\frac{d^2\pi_1}{dq^2} = fv''(q) - 2$$

De cette équation, il est possible de déduire que la concavité de la fonction de profit s'observe si et seulement si $v''(q) \leq \frac{2}{f}$ (2). Compte tenu du fait que la faisabilité est toujours positive, f se comportant comme une probabilité, est compris dans l'intervalle $[0,1]$, si v est une fonction concave, alors $v''(q) \leq 0\ \forall q$ et le profit du Principal est aussi une fonction concave. Si la fonction v est convexe, alors $v''(q) \geq 0\ \forall q$ et le profit du principal est concave si et seulement si la condition $v''(q) \leq \frac{2}{f}$ est respectée. Emergent ici plusieurs mécanismes. Si la condition (1) est toujours respectée alors la fonction de profit ne fait que croître dans l'intervalle d'étude et le Principal cherche à avoir la qualité la plus élevée possible. Ce cas apparait si f est suffisament grand (ce qui pose un problème puisqu'il peut y avoir un lien négatif avec le niveau de qualité) et/ou si $v'(q)$ est suffisament élevé, si le principal accorde une grande valeur à chaque unité de qualité supplémentaire. Si la condition (1) n'est pas toujours respectée, alors un trade-off apparaît entre qualité et faisabilité. En effet, augmenter q ne mène à rien si la faisabilité ne suit pas.

La forme de la fonction v joue comme un effet de levier. Si elle est concave, alors elle entraine la concavité de la fonction de profit rendant possible un point d'équilibre compris dans l'intervalle. Cette concavité joue aussi un rôle important dans la détermination de cet équilibre puisque si v est concave alors chaque unité de qualité supplémentaire apporte de moins en moins d'utilité au Principal diminuant du même coût le niveau du seuil fixé par la condition (1). La convexité de la fonction v entraine une configuration plus problématique pour la détermination d'un équilibre dans l'intervalle puisque, d'une part, elle n'entraine pas la concavité du profit que sous une nouvelle condition, la condition (2), et que, d'autre part, elle éloigne le seuil défini par la condition (1) rendant le Principal plus demandeur de chaque unité de qualité supplémentaire. En définitive, la résolution du programme de l'agent grâce aux conditions de premièr ordre donne les niveaux de qualité et de faisabilité suivants :

$$\begin{cases} f = \frac{v(q)-\delta q}{2b} \\ q = \frac{fv'(q)-\delta f}{2} \end{cases}$$

Cette résolution permet de faire une remarque de plus quant à la forme de la fonction v. En effet, déterminer le couple de qualité et de faisabilité d'équilibre montre qu'une forme linéaire pour v ne permet d'obtenir qu'une solution en coin à l'origine.

Il est possible de mener la même étude pour le cas intégré où la fonction de profit du Principal, notée π_2, sa dérivée en fonction de la qualité et sa dérivée seconde sont respectivement :

$$\pi_2 = fv(q) - q^2 - f^2c - 2\delta qf$$

$$\frac{d\pi_2}{dq} = fv'(q) - 2q - 2\delta f$$

$$\frac{d^2\pi_2}{dq^2} = fv''(q) - 2$$

Ainsi, seule la condition notée (1) dans ce qui précède se trouve être modifiée dans le cas intégré et le seuil qu'elle décrit est décalé de δ. Cette modification rend compte de la double prise en compte du coup croisé dans le cas intégré, phénomène qui a été décrit dans le cas de référence, et peut agir en décalant "vers la droite" ou "vers la gauche" le seuil suivant le signe du coefficient attaché aux coûts croisés. Sera donné dans l'Annexe 7 un exemple avec une fonction arrêtée pour v ($v = q^2$).

4. L'impact de l'introduction de la subjectivité

4.1. **Quelques éléments introductifs et description des résultats utilisés.**

Nous nous proposons ici de revenir sur deux hypothèses sous-tendant notre modélisation. La première a trait à la mesurabilité de la qualité. En effet, considérer qu'il est possible d'observer et de mesurer la qualité d'un projet paraît improbable. Il n'existe pas d'indicateurs objectifs et encore moins de moyen d'évaluer la qualité d'un bâtiment sur le long terme. Cette dernière dépend de l'usure et d'autres facteurs, encore plus imprévisibles, comme l'évolution du cadre urbain. A cela, il faut aussi ajouter le fait que le Principal menant l'évaluation peut avoir une idée arrêtée sur ce qui fait la qualité d'un bâtiment. Cette idée vient de ses goûts, de son savoir, de son expérience et rend encore plus improbable le recours à un indicateur suffisamment précis pour être contractable. Il semble donc nécessaire d'intégrer de la subjectivité dans notre modèle.

La seconde hypothèse contestable est fondée sur l'interprétation du jeu. Dans ce qui précède, nous avons supposé que l'architecte pouvait agir directement sur le niveau de qualité lors de la première phase du projet. Cela semble difficile. En effet, l'architecte, au moins pour les projet importants, est sélectionné à la suite d'un concours où chaque cabinet présente son projet. Le Principal engage l'architecte ayant réalisé le projet qu'il a préféré - le projet correspondant le mieux à ses goûts, à son cahier des charges - et s'attend à ce qu'il le réalise. Or, le plan définitif n'est jamais identique au projet original et cela pour plusieurs raisons : problèmes concernant le terrain, le budget ; imprévus divers, points mal spécifiés dans l'appel d'offre, etc. Ainsi, le Principal dans le concours qui précède la sélection de l'architecte, et qui n'est pas présenté ici, choisit un projet dont il attend une utilité qui sera notée Q. Ici, l'objectif de l'architecte n'est pas d'augmenter le niveau de qualité, mais d'augmenter la probabilité d'obtenir Q. Ce retour sur le timing ne bouleverse pas les résultats obtenus précédemment. Il permet de proposer un modèle plus réaliste et facilite l'introduction de la subjectivité. Dans ce cadre nouveau, le profit du Principal devient $\pi_s(q, f) = fU(qQ) - C(q|f) - w_e f$. La fonction d'utilité du Principal est supposée linéaire, ce qui permet d'écrire $\pi_s(q,f) = fqQ - C(q|f) - w_e f$. Le complémentaire de l'événement Q n'apporte aucune utilité au Principal. $C(q|f)$ est le coût minimum, pour le principal, d'implémenter un niveau q d'effort pour l'architecte sachant que la faisabilité a été fixée à un niveau f par le maître d'oeuvre.

Pour continuer la reformulation de notre modèle en y intégrant la subjectivité, nous nous proposons de reprendre la représentation et la méthode de Bentley W. Macleod (2003). Il est possible de commencer en disant que même si l'évaluation est subjective, elle n'est pas fatalement arbitraire. En effet, les bonnes évaluations semblent être corrélées entre les individus. Dans notre cas, entre le Principal et l'architecte. Pour rendre compte de cela, nous allons, à la suite de Macleod, considérer dans une optique de simplification, que l'évaluation de la qualité se fait par le Principal et par l'architecte, de manière individuelle et selon seulement deux niveaux de performance appartenant à l'espace des messages $\tau = \{A, U\}$ où A renvoie à une performance acceptable et U à une performance inacceptable. Cette représentation, en plus d'introduire la notion de subjectivité, permet de prendre en compte les croyances de l'architecte et du Principal dans le déroulement du jeu et de rendre accessibles de nouveaux phénomènes. En effet, introduire la subjectivité élargit le problème classique des contrats dans un cadre d'aléa moral (pousser à faire l'effort) puisque ce qu'attend le Principal dépend de croyances qui lui sont propres et n'ont pas de raison d'être celles de l'architecte. En d'autres termes, dans un cadre subjectif, le Principal peut croire à l'effort alors que l'architecte ne l'a pas produit et inversement. Toutefois, cette représentation entraîne une discontinuité importante par rapport au cadre d'étude de la section précédente. En effet, l'évaluation de la qualité ne se fait plus sur un continuum, mais sur deux messages possibles. Ainsi, il n'est pas possible de comparer *ceteris paribus* le présent cadre et celui qui l'a précédé. L'introduction de la subjectivité permet simplement d'étendre le modèle et d'expliquer le choix observé de la délégation. Ce que ne permettait pas notre précédent cadre.

L'agent, comme dans ce qui précède, est considéré comme neutre au risque. Dans notre cadre d'étude, l'aversion au risque ne jouerait pas un rôle capital. Toujours dans une optique de simplification, et en suivant Macleod, nous supposons que si le niveau de qualité Q n'est pas atteint, si le projet est un échec, alors le Principal et l'architecte jugent l'effort de ce dernier comme inacceptable. Notre objectif ici est de nous concentrer sur les coûts nouveaux impliqués par la non contractibilité des messages. En particulier, sur la détermination de $C(q|f)$ à la suite du programme formé des équations suivantes :

$$C(q|f) = \min_{(c_{ts}, w_{ts})} \sum_{t,s \in \tau} w_{ts} \Gamma_{ts}(q)$$

Où w_{ts} est ce qui est dépensé par le Principal lorsqu'il fait l'appréciation t et lorsque l'architecte fait l'appréciation s. Et où $\Gamma_{ts}(q) \equiv q\Gamma_{ts}^H + (1-q)\Gamma_{ts}^L$, Γ_{ts}^H étant la probabilité d'observer le couple (t,s) en cas de succès et Γ_{ts}^L la même chose en cas d'échec.

$$\sum_{t,s \in \tau} u_{as}(c_{ts}) \Gamma_{ts}(q) - V(q) \geq 0$$

Où c_{ts} est ce qui est touché par l'architecte si on observe le couple de signaux (q, f), où $V(q)$ est le coût de fournir le niveau d'effort q pour l'architecte et où u_{as} est la fonction d'utilité de l'architecte dans le cas subjectif. Cette équation est la contrainte de participation.

$$q \in argmax_{q^* \in [0,1)} \sum_{t,s \in \tau} u_{as}(c_{ts}) \Gamma_{ts}(q^*) - V(q^*)$$

Cette équation représente la contrainte incitative. Celle qui sera la plus importante dans notre modèle.

$$\sum_{s \in \tau} w_{ts} \Gamma_{ts}(q) \leq \sum_{s \in \tau} w_{t^* s} \Gamma_{ts}(q) \ , \forall t, t^* \in \tau$$

$$\sum_{t \in \tau} u(c_{ts}) \Gamma_{ts}(q) \geq \sum_{t \in \tau} u(c_{ts^*}) \Gamma_{ts}(q) \ , \forall s, s^* \in \tau$$

Ces deux équations permettent d'appliquer le principe de révélation et de s'assurer que ni le Principal, ni l'architecte ne mentent sur les signaux reçus.

$$w_{ts} \geq c_{ts} \geq 0 \ , \forall t, s \in \tau$$

Cette dernière contrainte implique que ce que paie le Principal peut être plus important que ce que reçoit l'agent. Cette contrainte est capitale puisque, comme le montre Macleod, c'est elle qui permet d'avoir un niveau d'effort non nul de la part de l'architecte. Sous nos hypothèses, le programme peut se réécrire comme :

$$C(q|f) = \min_{(c_{ts}, w_{ts})} q(\gamma_{AA} w_{AA} + \gamma_{AU} w_{AU} + \gamma_{UU} w_{UU})$$

La partie de l'équation pondérée par $(1 - q)$ étant nulle sous l'hypothèse de concordance des signaux entre l'architecte et le Principal en cas d'échec. γ_{ts} représente ici la probabilité d'observer les signaux t et s lorsque le projet est un succès. De même, les contraintes de participation et incitative deviennent :

$$q(\gamma_{AA} w_{AA} + \gamma_{AU} w_{AU} + \gamma_{UU} w_{UU}) - V(q) \geq 0$$

$$q \in argmax_{q* \in [0,1)} q * (\gamma_{AA} w_{AA} + \gamma_{AU} w_{AU} + \gamma_{UU} w_{UU}) - V(q*)$$

Le principe de révélation dans notre cadre donne :

$$w_{kA} \gamma_{kA} + w_{kU} \gamma_{kU} \leq w_{lA} \gamma_{kA} + w_{lU} \gamma_{kU}, \ \forall k, l \in \{A, U\}$$

$$c_{Ak} \gamma_{Ak} + c_{Uk} \gamma_{Uk} \geq c_{Al} \gamma_{Ak} + w_{Ul} \gamma_{Uk}, \ \forall k, l \in \{A, U\}$$

Où :

$$w_{ts} \geq c_{ts} \geq 0 \ , \forall t, s \in \tau$$

Il est possible de résoudre ce système à la suite de MacLeod par *linear programming* et les mêmes résultats apparaissent. Le contrat optimal prend la forme d'un bonus noté b, même si le signal du Principal est très élevé. La rémunération de l'agent ne dépend pas de son signal mais seulement de celui du Principal. Le rôle joué par le signal de l'Agent est incitatif, il permet de déterminer la pénalité notée

P appliquée au Principal s'il n'est pas honnête lors de la révélation de son signal. Les résultats sont donnés par :

$$\begin{array}{ccc} b & = & \frac{V'(q)}{\gamma_{AA}+\gamma_{AU}} \\ P & = & \frac{V'(q)}{\gamma_{AA}} \\ w & = & V(q) - qV'(q) \\ C(q|f) & = & V(q) + q\frac{\gamma_{UA}}{\gamma_{AA}}V'(q) \end{array}$$

La démonstration de ces résultats sera donnée en annexe 8 et suivra la démarche de MacLeod.

4.2. **Quelle organisation choisir dans ce cadre ?**

Nous nous proposons ici de mener une analyse similaire à celle effectuée dans le cas sans subjectivité en commençant par l'étude du cas spécialisé. Compte tenu du mode de calcul du contrat optimal, la contrainte incitative est satisfaite, nous pouvons donc nous intéresser directement à la fonction de coût $C(q|f)$ du Principal qui implémente le niveau de qualité q sachant que la faisabilité est de f au coût minimum et le coût d'implémenter ce niveau f de faisabilité.

$$\begin{cases} C(q|f)_1 = V(q) + q\frac{\gamma_{UA}}{\gamma_{AA}}V'(q) \\ w_{e1s} = bf + \delta q \end{cases}$$

Or, dans notre cas, nous avons $V(q) = \frac{1}{2}aq^2$ et $V'(q) = aq$. Ce qui permet de réécrire les coûts du principal :

$$\begin{cases} C(q|f)_1 = \frac{1}{2}aq^2 + \frac{\gamma_{UA}}{\gamma_{AA}}aq^2 \\ w_{e1s} = bf + \delta q \end{cases}$$

Il appert que $w_{e1} = w_{e1s}$. Ainsi, le coût pour le Principal de la faisabilité est identique pour nos deux cadres d'étude. Par contre, il y a un changement dans le coût de l'effort sur la qualité. Si la comparaison était rigoureusmeent réalisable entre les cas avec et sans subjectivité, il seraît possible de remarquer que le coût dans le cas subjectif est supérieur au coût dans le cas sans subjectivité si et seulement si $\frac{\gamma_{UA}}{\gamma_{AA}} \geq \frac{1}{2}$. $\frac{\gamma_{UA}}{\gamma_{AA}}$ étant le *likelihood ratio* représentant la croyance du Principal que la performance est acceptable conditionnellement au fait que l'Agent croit que la performance est acceptable. Ici serait retrouvé un résultat commun à la littérature : une mauvaise corrélation des signaux (un *likelihood ratio* élevé) implique un niveau de performance plus bas, un effort plus coûteux pour le Principal. Il est possible d'illustrer cette éventualité en remarquant qu'un bâtiment venant d'être construit est considéré comme laid par la plupart des gens interrogés à son sujet. De même, dans le cas de l'intégration avec un changement de la fonction $V(q)$, il est possible d'établir que :

$$\begin{cases} C(q|f)_2 = (\frac{1}{2}aq^2 + \delta qf) + \frac{\gamma_{UA}}{\gamma_{AA}}(aq^2 + \delta qf) \\ w_{e2s} = cf + \delta q \end{cases}$$

Comparer les coûts pour la première tâche implique que $C(q|f)_1 \geq C(q|f)_2 \Leftrightarrow 0 \geq \delta$. C'est-à-dire que la condition de préférence du Principal est la même pour ce qui est de la qualité dans les cas avec et sans subjectivité. De même, il est possible de démontrer que $w_{e1s} \geq w_{e2s} \Leftrightarrow \gamma \geq 1$. Condition qui apparaissait déjà dans le cadre sans subjectivité. Ainsi, la proposition 1 peut s'appliquer dans ce cas et peut être illustrée par la figure suivante :

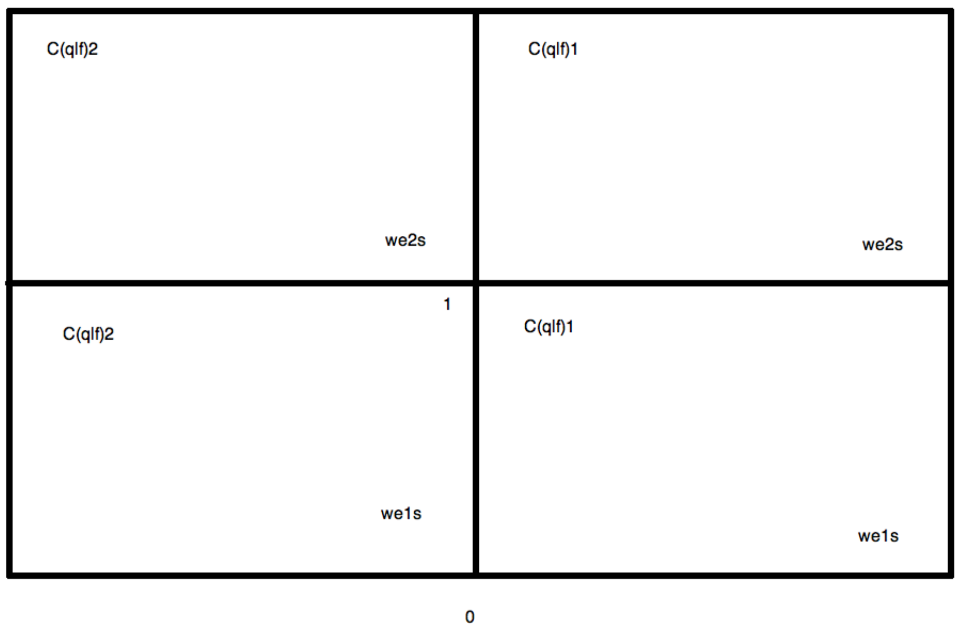

FIGURE 4.1. Tableau des préférences dans le cas avec subjectivité

Par ailleurs, si la délégation dans le cas sans subjectivité n'apportait rien au Principal, cela semble ne pas être le cas dans un cadre subjectif. En effet, elle peut avoir un apport en évitant les coûts d'agence dus aux jeux des signaux. Pour introduire la délégation dans ce cadre, nous allons spécifier une forme de rémunération permettant au Principal de se décharger de l'évaluation de la qualité *ex-ante*. La fonction de profit sélectionnée est du type $\pi_{Ds}(q, f) = fqQ - \lambda fqQ$. Dans le cas spécialisé, la délégation donne les rémunérations tâche par tâche suivantes :

$$\begin{cases} C(q|f)_{Ds1} = aq^2 + \delta qf \\ w_{e1Ds} = bf + \delta q \end{cases}$$

De même, il est possible d'obtenir les rémunérations dans le cas de l'intégration :

$$\begin{cases} C(q|f)_{Ds2} = aq^2 + \delta qf \\ w_{e2Ds} = cf + \delta f \end{cases}$$

En comparant ces rémunérations, la condition $C(q|f)_{Ds1} \leq C(q|f)_{Ds2} \Leftrightarrow \gamma \leq 1$ est obtenue. Il en va de même du point de vue de l'architecte. En effet, le Principal et l'architecte préfèrent l'intégration si et seulement si $\gamma \geq 1$:

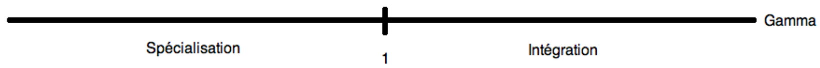

FIGURE 4.2. Choix du mode organisationnel dans le cadre de la délégation

En comparant les différents modes organisationnels dans le cadre subjectif - avec et sans délégation - on obtient les conditions suivantes :

$$C(q|f)_{Ds1} \leq C(q|f)_{s1} \Leftrightarrow \delta \leq \frac{aq(\frac{\gamma_{UA}}{\gamma_{AA}} - \frac{1}{2})}{f}$$

$$C(q|f)_{Ds1} \leq C(q|f)_{s2} \Leftrightarrow \delta \geq \frac{aq(-\frac{\gamma_{UA}}{\gamma_{AA}} + \frac{1}{2})}{\frac{\gamma_{UA}}{\gamma_{AA}} f}$$

$$C(q|f)_{Ds2} \leq C(q|f)_{s1} \Leftrightarrow \delta \leq \frac{aq(\frac{\gamma_{UA}}{\gamma_{AA}} - \frac{1}{2})}{f}$$

$$C(q|f)_{Ds2} \leq C(q|f)_{s2} \Leftrightarrow \delta \geq \frac{aq(-\frac{\gamma_{UA}}{\gamma_{AA}} + \frac{1}{2})}{\frac{\gamma_{UA}}{\gamma_{AA}} f}$$

$$w_{e1Ds} = w_{e1s}$$

$$w_{e1Ds} \leq w_{e2s} \Leftrightarrow \gamma \leq 1$$

$$w_{e2Ds} = w_{e2s}$$

$$w_{e2Ds} \leq w_{e1s} \Leftrightarrow \gamma \geq 1$$

Il y a donc trois cas à distinguer, un cas pour lequel $\frac{\gamma_{UA}}{\gamma_{AA}} > \frac{1}{2}$ où il y a une faible corrélation entre les signaux du Principal et de l'Agent, un autre pour lequel $\frac{\gamma_{UA}}{\gamma_{AA}} < \frac{1}{2}$ où la corrélation est plus forte et enfin le cas où $\frac{\gamma_{UA}}{\gamma_{AA}} = \frac{1}{2}$. Dans le cas où $\frac{\gamma_{UA}}{\gamma_{AA}} > \frac{1}{2}$ et en posant, pour plus de lisibilité, $A = \frac{aq(\frac{\gamma_{UA}}{\gamma_{AA}} - \frac{1}{2})}{f}$ et $B = \frac{aq(-\frac{\gamma_{UA}}{\gamma_{AA}} + \frac{1}{2})}{\frac{\gamma_{UA}}{\gamma_{AA}} f}$; la délégation est préférée par le Principal dans un intervalle sur δ compris entre A et B nous donnant un nouveau résultat synthétisé dans la proposition suivante.

Proposition 3. *Dans un cadre avec subjectivité où $\frac{\gamma_{UA}}{\gamma_{AA}} > \frac{1}{2}$. Pour $\delta > A$ (respectivement $\delta < B$) et pour $\gamma < 1$ (respectivement $\gamma > 1$) le Principal préférera le cas de la spécialisation (respectivement le cas de l'intégration).*

Pour $\delta > A$ (respectivement $\delta < B$) et pour $\gamma > 1$ (respectivement $\gamma < 1$), il existe un niveau de qualité q (respectivement un niveau de qualité q') renvoyant à un niveau de faisabilité f (respectivement à un niveau de faisabilité f') à partir duquel l'intégration (respectivement la spécialisation) sera préférée à la spécialisation (respectivement l'intégration).

Pour $\delta \in [A, B]$ et pour $\gamma > 1$ (respectivement $\gamma < 1$) le Principal préférera le cas de la délégation avec intégration (respectivement le cas de la délégation avec spécialisation)

Les enseignements de la propostion 3 sont illustrés par la figure suivante :

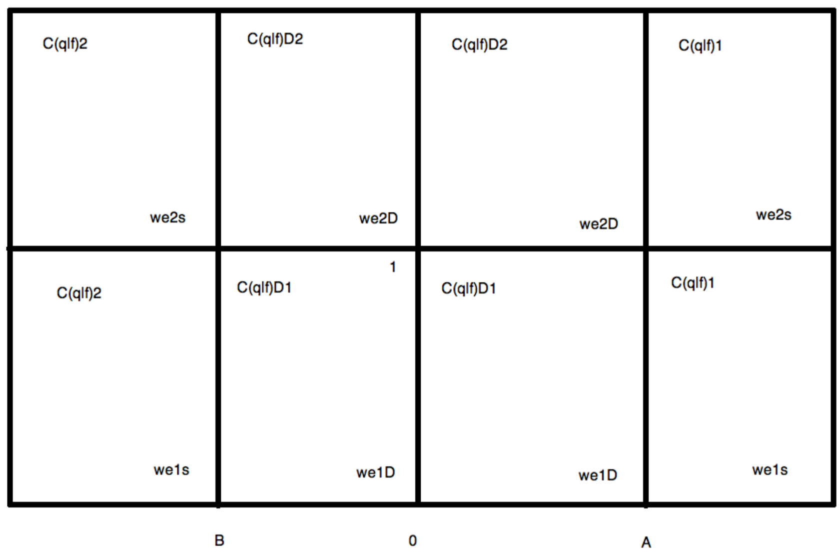

FIGURE 4.3. Tableau des préférences (2)

Pour $\frac{\gamma_{UA}}{\gamma_{AA}} < \frac{1}{2}$, la délégation n'apparaît jamais profitable. En effet, ce cas où $\frac{\gamma_{UA}}{\gamma_{AA}} < \frac{1}{2}$ induit des coûts plus faibles pour le Principal que le cas sans subjectivité. Or, dans le cas sans subjectivité, un système de délégation n'était jamais préféré. Il est donc normal, *a fortiori*, qu'il ne soit jamais préféré dans un tel cadre subjectif. Et enfin pour $\frac{\gamma_{UA}}{\gamma_{AA}} = \frac{1}{2}$ les résulats sont exactement identiques au cadre sans subjectivité et/ou sans délégation pour ce qui est du choix des modes organisationnels.

En somme, la délégation peut être une solution optimale dans le cadre subjectif que nous avons défini comportant un unique couple de messages possibles. Toutefois, le choix de la délégtion ne sera effectué que dans le cas où $\frac{\gamma_{UA}}{\gamma_{AA}} > \frac{1}{2}$, c'est-à-dire le cas où il n'y a qu'une faible corrélation entre les messages reçus par le Principal et les Agents. Cette faible corrélation implique une grande espérance de perte pour le Principal et au niveau de la Société par le biais de la pénalité P. La construction de notre modèle permet au Principal dans le cadre de la délégation de se soustraire à l'éventualité de la pénalité. C'est en ce sens que la délégation peut être profitable en permettant au Principal d'éviter le conflit, si on suit l'interpétation de MacLeod. Cependant, ce choix de la délégation, limité au cas où $\frac{\gamma_{UA}}{\gamma_{AA}} > \frac{1}{2}$, est aussi limité par la valeur du paramètre δ. En effet, le phénomène de double marginalisation n'a pas disparu dans le cadre subjectif et il pousse le Principal à limiter le choix de la délégation aux cas où la valeur du paramètre δ en valeur absolue est suffisamment basse. Les cas situés en dehors de l'intervalle $[B, A]$ suivent les enseignements de la propostion 1.

5. Conclusion

Le premier enseignement que nous tirons de ce travail tient à l'importance du design des emplois comme instrument pour le contrôle des incitations et s'inscrit à la suite des conclusions d'Holmstrom et de Milgrom (1991). Le design des emplois apparaît comme un outil à part entière à la disposition du Principal, l'aidant à atteindre ces objectifs. Notre modélisation a permis de fournir un cadre explicatif au partage des tâches dans les activités de construction. En particulier, en raisonnant à qualité et faisabilité données, nous sommes à même de déterminer, selon les paramètres du modèle, le choix organisationnel qui sera effectué par le Principal. Ce choix est la résultante de deux forces parfois contradictoires qui sont le désir de confier la tâche à l'agent le plus productif, d'une part, et d'utiliser ou de ne pas utiliser la capacité de l'architecte à prendre en compte les coûts croisés dans la détermination de son effort, d'autre part. Un autre enseignement de ce travail porte sur la pertinence relative d'augmenter le niveau de compétences techniques de l'architecte. Une telle augmentation n'ayant pas les mêmes effets suivant les paramètres du modèle et les niveaux de qualité et de faisabilité que cherche à atteindre le Principal. Cette augmentation peut parfois être contre productive. Enfin, l'introduction de la subjectivité dans notre modélisation nous a permis de retrouver nos résultats dans un cadre conflictuel plus proche de la réalité et de donner une importance nouvelle au cas de la délégation, inutile dans un cadre sans subjectivité par le fait d'un phénomène de double marginalisation, mais permettant, dans un cadre subjectif, de soustraire le Principal au problème de l'évaluation.

Pour poursuivre cette étude, il serait intéressant d'introduire une dimension relative à l'innovation dans les efforts des acteurs et les préférences du Principal en se fondant sur un jeu répété tel que décrit par Manso (2011) ce qui nous pousserait à envisager d'autres formes de contrats incitatifs, l'innovation impliquant la mise en place d'une tolérance pour l'échec. Il serait aussi profitable d'introduire de l'incertitude sur le niveau de faisabilité et se faisant de développer quelque peu l'analyse du choix, par le Principal, du couple de qualité et de faisabilité.

Références

[1] George Baker, Roberts Gibbons, and Kevin J. Murphy. Subjective performance measures in optimal incentive contracts. *The Quarterly Journal of Economics*, 109(4) :1125–1156, November 1994.

[2] Sandeep Baliga and Tomas Sjöström. Decentralization and collusion. *Journal of Economic Theory*, 83 :196–232, 1998.

[3] Vincent Feltesse. Concertation sur l'enseignement supérieur et la recherche en architecture - rapport à madame la ministre de la culture et de la communication, 2013.

[4] Leon Festinger. *A Theory of Cognitive Dissonance*. Stanford university press edition, 1962.

[5] Bengt Holmstrom and Paul Milgrom. Aggregation and linearity in the provision of intertemporal incentives. *Econometrica*, 55(2) :303–328, March 1987.

[6] Bengt Holmstrom and Paul Milgrom. Multitask principal-agent analyses : Incentive contracts, asset ownership, and job design. *Journal of Law, Economics, and Organisation*, 7 :24–52, January 1991.

[7] Hideshi Itoh. Job design, delegation and cooperation : A principal-agent analysis. *European Economic Review*, 38 :691–700, 1994.

[8] Bentley MacLeod. Optimal contracting with subjective evaluation. *The American Economic Review*, 93(1) :216–240, March 2003.

[9] Gustavo Manso. Motivating innovation. *Journal of Finance*, 2011.

[10] Prendergast. The provision of incentives in firms. *Journal Of Economic Literature*, 37(1) :7–63, March 1999.

[11] J. Spengler. Vertical integration and antitrust policy. *Journal of Political Economy*, pages 347–52, 1950.

Annexes

Annexe 1 Contraintes de participation et convexité des coûts pour le cas de la spécialisation sans subjectivité.

Avant de résoudre les programmes des agents, on se propose de définir les conditions sous lesquelles la fonction de coût est convexe. Cela permettra de définir le périmètre dans lequel le maximum atteignable par le programme des agents peut être caractérisé par les conditions de premier ordre. La Hessienne de la fonction de coût donne :

$$H(c) = \begin{bmatrix} a & 0 \\ \delta & b \end{bmatrix}$$

On obtient les valeurs propres suivantes :

$$[a, b]$$

Ainsi, notre fonction de coût quadratique est définie-positive et convexe si et seulement si ces valeurs propres sont strictement positives :

Si et seulement si :

$$\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$$

On peut considérer, sans perdre en généralité, que ces conditions sont toujours respectées dans notre modèle. En effet, il ne semble pas inconsidéré de penser que l'effort a toujours un coût pour les agents. D'autre part, on peut remarquer que les contraintes de participation à l'équilibre ne sont jamais binding.

Annexe 2 Contraintes de participation et convexité des coûts pour le cas de l'intégration sans subjectivité.

Avant de résoudre les programmes des agents, on se propose de définir les conditions sous lesquelles la fonction de coût est convexe. Cela permettra de définir le périmètre dans lequel le programme des agents peut être résolu par maximisation. La Hessienne de la fonction de coût donne :

$$H_{qf}(c) = \begin{bmatrix} a & \delta \\ \delta & b \end{bmatrix} \tag{5.1}$$

On obtient les valeurs propres suivantes :

$$l = -\frac{\sqrt{4\,d^2 + b^2 - 2\,a\,b + a^2} - b - a}{2}, l = \frac{\sqrt{4\,d^2 + b^2 - 2\,a\,b + a^2} + b + a}{2}$$

Ainsi, notre fonction de coût quadratique est définie-positive et convexe si et seulement si ces valeurs propres sont strictement positives :

Si et seulement si

$$-\frac{\sqrt{4\,d^2+b^2-2\,a\,b+a^2}-b-a}{2}$$

est strictement positive et

$$\frac{\sqrt{4\,d^2+b^2-2\,a\,b+a^2}+b+a}{2}$$

est strictement positive.

La première condition est satisfaite si et seulement si :

$$-\sqrt{ab} \prec \delta \prec \sqrt{ab}$$

Ces conditions sont équivalentes à : $|\delta| < \sqrt{ab}$

De même, les contraintes de participation ne semblent pas poser de problème particulier.

Annexe 3 La délégation au constructeur.

L'autre possibilité de délégation pour le Principal est de confier le projet au constructeur. Evidemment, ce dernier ne pourra pas choisir le cas intégré. Dans ce cas, comme lorsque c'était l'architecte qui était délégué, le profit du Principal est de la forme $\pi(q,f) = U(q,f) - B(q,f)$. Les fonctions d'utilité des agents deviennent :

$$\begin{cases} u_{aDc} = w_a q - \frac{1}{2}aq^2 \\ u_{eDc} = [B(q,f) - w_a q] - \frac{1}{2}bf^2 - \delta qf \end{cases}$$

Comme dans le cas précédent, on dérive les meilleures réponses :

$$\begin{cases} B_{qDc}(q,f) = 2aq + \delta f \\ B_{fDc}(q,f) = 2bf + \delta q \end{cases}$$

Comme dans le cas où la construction est déléguée au Principal, on constate que la délégation au constructeur n'apparaît jamais comme un choix optimal étant toujours dominée par la délégation à l'architecte qui, elle-même, est dominée par les modes d'organisation sans délégation.

Annexe 4 Comparaison pour $b = c$.

A salaires donnés. On va raisonner, dans un premier temps, à salaires donnés pour déterminer quel cas est préféré à l'autre. On peut tout d'abord se concentrer sur le cas particulier où $b = c$. Commençons par rappeler les niveaux d'équilibre de qualité et de faisabilité pour chaque cas :

$$\begin{cases} q_1 = \frac{w_a}{a} \\ f_1 = \frac{aw_e - \delta w_a}{ab} \end{cases}$$

$$\begin{cases} q_2 = \frac{cw_a - \delta w_e}{ac - \delta^2} \\ f_2 = \frac{aw_e - \delta w_a}{ac - \delta^2} \end{cases}$$

Sous les hypothèses $b = c$ et $a = 1$, ces systèmes deviennent :

$$\begin{cases} q_1 = w_a \\ f_1 = \frac{w_e - \delta w_a}{b} \end{cases}$$

$$\begin{cases} q_2 = \frac{bw_a - \delta w_e}{b - \delta^2} \\ f_2 = \frac{w_e - \delta w_a}{b - \delta^2} \end{cases}$$

On remarque que $q_1 \geq q_2$, c'est-à-dire, qu'à salaires donnés, la qualité dans le cas de la spécialisation est plus élevée que dans le cas de l'intégration pour :

$$\begin{cases} \delta \geq 0 \\ \delta \leq \frac{w_e}{w_a} \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \delta \leq 0 \\ \delta \geq \frac{w_e}{w_a} \end{cases}$$

De même, on remarque que $f_2 \geq f_1$, à salaires donnés, pour tous les niveaux de salaires.

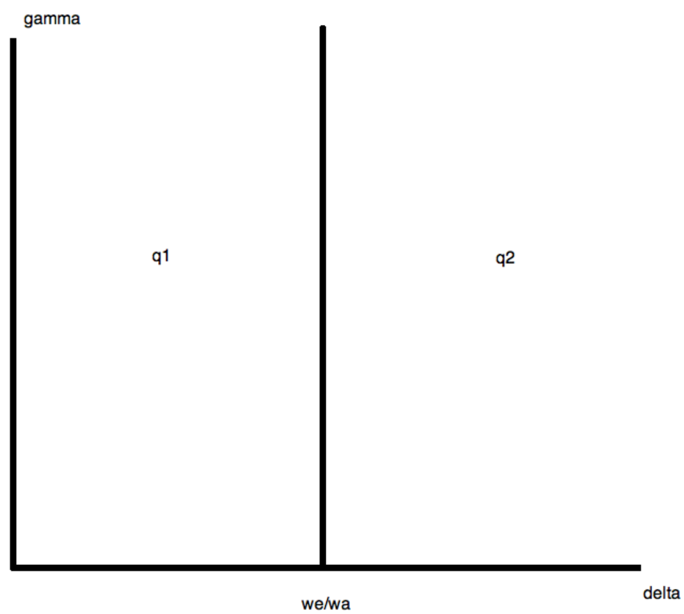

FIGURE 5.1. Mode d'organisation optimal à salaires donnés pour b=c

Ainsi, on remarque que, lorsqu'il n'y a pas de différence de productivité entre les agents pour ce qui est de la faisabilité, le niveau de faisabilité à salaires donnés est toujours plus élevé dans le cas de l'intégration. Dans ce cas, l'architecte, en choisissant son niveau de qualité, prend en compte l'effet que cela aura dans la détermination de la faisabilité, il n'est donc pas aberrant que le niveau de faisabilité soit plus élevé que dans le cas de la spécialisation.

Pour ce qui est de la qualité, à salaire donnés, on remarque qu'elle est plus élevée dans le cas de la spécialisation seulement si le coefficient attaché au coût croisé est inférieur au seuil $\frac{w_e}{w_a}$. Ainsi, à partir d'un certain coût, la qualité fournie sera plus élevée dans le cas de l'intégration où l'architecte tient compte de son effet sur la détermination de la faisabilité. En effet, l'architecte touchant les deux tranferts dans le cas de l'intégration, à partir d'un certain niveau de coût croisé, aura intérêt,

pour augmenter ses gains totaux, à fournir une plus haute qualité que dans le cas spécialisé.
A qualité et faisabilité données. En réécrivant les meilleures réponses dans les deux cas, on obtient :

$$\begin{cases} w_{a1} = aq \\ w_{e1} = fb + \delta q \end{cases}$$

$$\begin{cases} w_{a2} = qa + \delta f \\ w_{e2} = fc + \delta q \end{cases}$$

Sous les hypothèses $b = c$ et $a = 1$, ces systèmes deviennent :

$$\begin{cases} w_{a1} = q \\ w_{e1} = fb + \delta q \end{cases}$$

$$\begin{cases} w_{a2} = q + \delta f \\ w_{e2} = fb + \delta q \end{cases}$$

Ainsi, on peut voir que $w_{a1} \geq w_{a2}$ dans le cas où :

$$\begin{cases} \delta \geq 0 \\ f \leq 0 \end{cases} \quad \text{ou} \begin{cases} \delta \leq 0 \\ f \geq 0 \end{cases}$$

En considérant que $f \geq 0$, le salaire de l'architecte, à qualité et faisabilité données, est plus élevé dans le cas de la spécialisation que dans le cas de l'intégration si le coefficient attaché aux coûts croisés est négatif. Ainsi, si $\delta \geq 0$, pour des niveaux identiques de qualité et de faisabilité, le salaire donné à l'architecte dans le cas de la spécialisation est toujours inférieur à celui donné dans le cas de l'intégration. En effet, dans le cas de l'intégration, l'architecte touchant les deux transferts et supportant le coût croisé a moins intérêt que dans le cas de la spécialisation à fournir un haut seuil de qualité. Lui donner un salaire plus élevé dans le cas de l'intégration pour sa tâche sur la qualité l'incite à moins tenir compte de l'effet négatif du niveau de qualité sur l'établissement de la faisabilité.

Par ailleurs, on remarque que $w_{e1} = w_{e2}$ pour toutes les valeurs de b et pour toutes les valeurs de δ.

Annexe 5 Comparaison à salaires donnés. Rappel des conditions d'équilibre :

$$\begin{cases} q_1 = w_a \\ f_1 = \frac{w_e - \delta w_a}{b} \end{cases}$$

$$\begin{cases} q_2 = \frac{c w_a - \delta w_e}{c - \delta^2} \\ f_2 = \frac{w_e - \delta w_a}{c - \delta^2} \end{cases}$$

Posons $\gamma = \frac{b}{c}$, on trouve que $q_1 \geq q_2$ si et seulement si :

$$\begin{cases} \delta \geq 0 \\ \delta \leq \frac{w_e}{w_a} \end{cases} \quad \text{ou} \begin{cases} \delta \leq 0 \\ \delta \geq \frac{w_e}{w_a} \end{cases}$$

De même, on trouve que $f_1 \geq f_2$ si et seulement si :

$$\gamma \leq 1 - \frac{\delta^2}{c}$$

De ces éléments, on déduit l'existence de seuils présidant au choix du mode d'organisation par le principal dépendant de γ et de δ, dépendant du rapport entre les coefficients attachés aux coût de faisabilité et du coefficient attaché au coût croisé. Pour ce qui est de la qualité, à salaires donnés, le critère qui apparait pertinent est celui du niveau du coefficient attaché au coût croisé à l'instar du cas particulier où $b = c$.

Annexe 6 La détermination des coûts pour le Principal. On peut de manière équivalente et à fin illustrative représenter ces quadrants en terme de fonction de coûts pour le Principal :

D'autre part, on peut détailler la fonction de coût du principal :

$$c(q, f) = w_a q + w_e f$$

Cette fonction de coût peut se dériver en deux sous fonctions : une par organisation

Cas de la spécialisation :

$$B = w_a q + w_e f$$

$$B = q.q + [fb + \delta q]f$$

Ce qui peut s'écrire :

$$\sqrt{B + (\frac{f\delta}{2})^2 - f^2 b} - \frac{f\delta}{2} = q$$

Cas de l'intégration :

$$B = w_a q + w_e f$$

$$B = q[q + \delta f] + [fc + \delta q]f$$

Ce qui peut s'écrire :

$$\sqrt{B + \delta^2 f^2 - f^2 c} - \delta f = q$$

Annexe 7 Le programme du Principal avec une fonction arrêtée pour v : $v = q^2$.

La fonction d'utilité. On cherche à connaître le niveau préféré de qualité et de faisabilité par le principal. Pour les déterminer, il faut résoudre le programme du principal qui est de la forme :

$$\begin{cases} \max_{(q,f)} u(q,f) - c(q,f) \\ s.t.\ les\ contraintes\ incitatives \end{cases}$$

On remarque donc que le principal doit maximiser son profit en intégrant dans la détermination de son choix les contraintes incitatives de ces agents. Pour ce qui est de la fonction d'utilité du principal, elle prend une forme classique :

$$u(q,f) = fv(q) + (1-f)v(0)$$

Ici, le niveau de faisabilité du projet joue comme une probabilité de succès. Le bâtiment, avec une probabilité f est effectivement construit et répond aux attentes. Si le bâtiment est construit, le maître d'ouvrage peut jouir du niveau de qualité q auquel il accorde une valeur $v(q)$.On suppose en outre que :

$$\frac{dv}{dq} > 0$$

v est une fonction croissante de q, tout comme u est une fonction croissante de q et de f. Pour simplifier les calculs et proposer une illustration au modèle, nous choisissons une fonction $v\ :\ q \to q^2$. Cette fonction respecte bien les conditions que l'on a fixées plus haut et permet de donner une forme convexe aux courbes d'isoprofit du principal. Graphiquement, l'équilibre, pour un cas donné et à paramètres donnés, aurait la forme suivante :

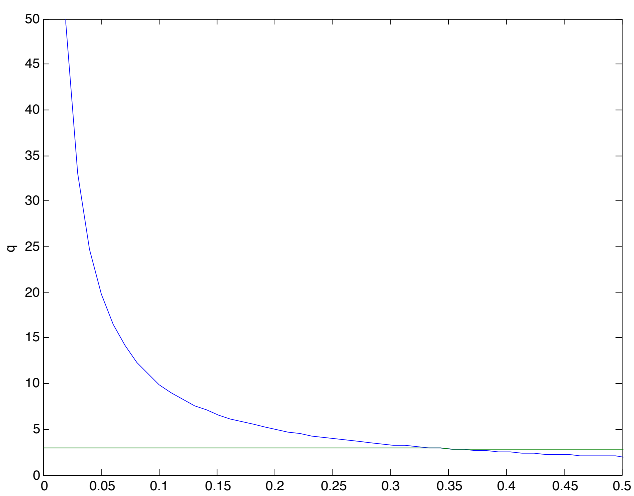

FIGURE 5.2. La forme de l'équilibre

Le profit dans le cas de la spécialisation. On rappelle que la fonction de coût du principal est de la forme : $c(q, f) = w_a q + w_e f$. Grâce à la résolution du programme de l'agent menée dans la partie précédente, il est possible d'exprimer cette fonction de coût dans le cas de la spécialisation en fonction de la qualité, de la faisabilité et des paramètres du modèle :

$$\begin{aligned} & c(q, f) = w_a q + w_e f \\ \Leftrightarrow \quad & c(q, f) = q.q + [fb + \delta q]f \end{aligned}$$

Dès lors, on peut reformuler le programme du principal qui se résume à :

$$\max_{(q,f)} u(q, f) - q^2 - f^2 b - \delta f q$$

En remplaçant l'utilité du principal par son expression en fonction de la qualité, de la faisabilité et de la forme de la fonction v, on peut encore reformuler le programme du principal qui devient :

$$\max_{(q,f)} f q^2 - q^2 - f^2 b - \delta f q$$

En utilisant la condition du premier ordre, on trouve les meilleures réponses suivantes :

$$\begin{cases} q = \frac{\delta f}{2f-2} \\ f = \frac{q^2 - \delta q}{2b} \end{cases}$$

A l'équilibre, on obtient comme valeurs possibles pour q^* :

$$[q^* = -\frac{\sqrt{d^2 + 32\,b} - 3\,d}{4}, q^* = \frac{\sqrt{d^2 + 32\,b} + 3\,d}{4}, q^* = 0]$$

Ainsi, trois solutions apparaissent. On se propose de ne mener l'étude ici que sur les deux premières, la dernière impliquant un niveau de qualité et de faisabilité nuls qui ne se rencontrerait que dans les cas où toute autre combinaison de f et de q aboutirait à un profit négatif pour le principal. De même, les valeurs d'équilibre potentielles pour la faisabilité sont :

$$[f^* = -\frac{d\,\sqrt{d^2 + 32\,b} + d^2 - 16\,b}{16\,b}, f^* = \frac{d\,\sqrt{d^2 + 32\,b} - d^2 + 16\,b}{16\,b}, f^* = 0]$$

Comme pour le cas de la qualité, on se propose de ne se pencher, dans un premier temps, que sur les deux premières valeurs. Grâce à ces valeurs d'équilibre pour la qualité et la faisabilité, on peut réécrire le profit du principal en y intégrant les q^* et les f^*, on détermine ainsi les sentiers d'équilibres. Compte tenu du nombre de solutions d'équilibre pour la qualité et la faisabilité, il y a quatre sentiers envisageables. Ils peuvent s'exprimer comme :

$$\frac{d^4+\sqrt{d^2+32\,b}\,\left(d^3+32\,b\,d\right)-80\,b\,d^2-128\,b^2}{128\,b}$$
(1)

$$\frac{-d^4+\sqrt{d^2+32\,b}\,\left(d^3+32\,b\,d\right)-144\,b\,d^2-128\,b^2}{128\,b}$$
(2)

$$-\frac{d^4+\sqrt{d^2+32\,b}\,\left(d^3+32\,b\,d\right)+144\,b\,d^2+128\,b^2}{128\,b}$$
(3)

$$-\frac{-d^4+\sqrt{d^2+32\,b}\,\left(d^3+32\,b\,d\right)+80\,b\,d^2+128\,b^2}{128\,b}$$
(4)

Pour réduire le nombre de sentiers, on se propose de les comparer les uns aux autres. On remarque que le sentier numéroté (1) est supérieur au sentier numéroté (2) pour toutes les valeurs des paramètres du modèle. De même, on remarque que le sentier (4) est toujours supérieur au sentier(3). Dès lors, on ne considérera plus que les sentiers (1) et (4). En les comparant, on remarque que :

$$\begin{array}{rc} & (1) \geq (4) \\ \Leftrightarrow & \delta > 0 \end{array}$$

On retrouve ici une condition déjà présente dans le cadre du programme des agents relative au signe de δ.
Le profit dans le cas de l'intégration. En suivant la même méthode que dans la section précédente, on écrit le programme du principal comme :

$$\max_{(q,f)} fq^2 - [q[q+\delta f] + [fc+\delta q]f]$$

On obtient dans ce cadre, comme dans le précedent, plusieurs candidats possibles pour les valeurs d'équilibre de q :

$$[q=-\frac{\sqrt{d^2+8\,c}-3\,d}{2}, q=\frac{\sqrt{d^2+8\,c}+3\,d}{2}, q=0]$$

Et plusieurs candidats possibles pour les valeurs d'équilibre de f :

$$[f=-\frac{d\,\sqrt{d^2+8\,c}+d^2-4\,c}{4\,c}, f=\frac{d\,\sqrt{d^2+8\,c}-d^2+4\,c}{4\,c}, f=0]$$

En laissant de côté les dernières solutions possibles de q^* et de f^* pour les mêmes raisons que dans le cas précédent, on obtient, une fois encore, quatre sentiers d'équilibres possibles :

$$\frac{d^4 + \sqrt{d^2 + 8\,c}\,\left(d^3 + 8\,c\,d\right) - 20\,c\,d^2 - 8\,c^2}{8\,c} \tag{5}$$

$$\frac{-d^4 + \sqrt{d^2 + 8\,c}\,\left(d^3 + 8\,c\,d\right) - 36\,c\,d^2 - 8\,c^2}{8\,c} \tag{6}$$

$$-\frac{d^4 + \sqrt{d^2 + 8\,c}\,\left(d^3 + 8\,c\,d\right) + 36\,c\,d^2 + 8\,c^2}{8\,c} \tag{7}$$

$$-\frac{-d^4 + \sqrt{d^2 + 8\,c}\,\left(d^3 + 8\,c\,d\right) + 20\,c\,d^2 + 8\,c^2}{8\,c} \tag{8}$$

En comparant ces sentiers, on note que (5) sera toujours supérieur à (6) et que (8) sera toujours préféré à (7). En comparant les deux sentiers supérieurs (5) et (8), on obtient :

$$\begin{aligned} & (5) \geq (8) \\ \Leftrightarrow \quad & \delta > 0 \end{aligned}$$

On remarque que la condition de préférence est la même que celle du cas précédent et la même que dans le cadre du programme de l'agent. Cela autorise à comparer les sentiers d'équilibres pour les cas de la spécialisation et de l'intégration, à signe donné pour δ, et selon les paramètres restants du modèle (γ, b, c). Mener cette comparaison devrait permettre d'identifier le type d'organisation préférée selon les paramètres du modèle et donc de déterminer comment se solutionnent les arbitrages mis au jour dans le cadre du programme des agents.

5.1. **Comparaison pour $\delta > 0$, pour un coût croisé positif.** On cherche ici à comparer les sentiers d'équilibres (1) et (5).

$$\frac{d^4 + \sqrt{d^2 + 32\,b}\,\left(d^3 + 32\,b\,d\right) - 80\,b\,d^2 - 128\,b^2}{128\,b}$$
$$\geq$$
$$\frac{d^4 + \sqrt{d^2 + 8\,c}\,\left(d^3 + 8\,c\,d\right) - 20\,c\,d^2 - 8\,c^2}{8\,c}$$

5.2. **Comparaison pour $\delta < 0$, pour un coût croisé negatif.** On cherche ici à comparer les sentiers d'équilibres (4)et (8).

$$-\frac{-d^4 + \sqrt{d^2 + 32\,b}\,\left(d^3 + 32\,b\,d\right) + 80\,b\,d^2 + 128\,b^2}{128\,b}$$
$$\geq$$
$$-\frac{-d^4 + \sqrt{d^2 + 8\,c}\,\left(d^3 + 8\,c\,d\right) + 20\,c\,d^2 + 8\,c^2}{8\,c}$$

Annexe 8 La détermination du contrat optimal dans un cadre subjectif.

La preuve de MacLeod s'accomplit en deux temps : d'abord il exprime le problème dans un cadre de *linear programming* et, par la suite, il montre que le contrat que l'on a donné dans la troisième partie satisfait la *duality condition.* Il note le contrat $\psi = \{w_{ts}, c_{ts}\}_{t,s\in\{A,U\}}$ et considère qu'on peut sans perdre en généralité se concentrer sur les cas où $c_{UU} = 0$ et où $w_{UU} = 0$, sur les cas où lorsque le Principal et l'Agent observent le signal U alors les paiements et salaires sont nuls. MacLeod note ψ^0 l'espace de ces contrats où $c_{UU} = 0$ et où $w_{UU} = 0$. Il suppose en outre que le paiement espéré de l'Agent en cas de succès doit être au moins égal à c^*. Cette supposition permet de considérer qu'il existe au moins un cas où l'Agent est incité à l'effort. Elle permet aussi de fixer la valeur de λ par le truchement de la contrainte incitative :

$$c^* = V'(\lambda)$$

où λ est le niveau d'effort. Ainsi, le problème d'optimisation devient :

$$\min_{\psi\in\psi^0} \lambda(w_{AA}\gamma_{AA} + w_{AU}\gamma_{AU} + w_{UA}\gamma_{UA})$$

Sous les contraintes :

$$c_{AA}\gamma_{AA} + c_{AU}\gamma_{AU} + c_{UA}\gamma_{UA} \geq c^*$$

$$w_{kA}\gamma_{kA} + w_{kU}\gamma_{kU} \leq w_{lA}\gamma_{kA} + w_{lU}\gamma_{kU}, \qquad for\ k,l \in \{A,U\}$$

$$c_{Ak}\gamma_{Ak} + c_{Uk}\gamma_{Uk} \geq c_{Al}\gamma_{Ak} + c_{Ul}\gamma_{Uk}, \qquad for\ k,l \in \{A,U\}$$

$$w_{ij} + c_{ij} \leq 0,\ i,\ j\ \in\ \{A,U\}$$

Pour un niveau d'effort positif, ce problème peut être présenté dans le cadre d'un problème de *linear programming* :

$$\max_{y\in R^6} a'y$$

sous la contrainte : $Ay \leq C$

où :

$$y = [w_{AA}, w_{AU}, w_{UA}, c_{AA}, c_{AU}, c_{UA}]^T$$

$$a = [-\gamma_{AA}, -\gamma_{AU}, -\gamma_{UA}, 0, 0, 0]^T$$

$$C = [-c^*, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\gamma_{AA} & -\gamma_{AU} & -\gamma_{UA} \\ \gamma_{AA} & \gamma_{AU} & -\gamma_{AA} & 0 & 0 & 0 \\ -\gamma_{UA} & -\gamma_{UU} & \gamma_{AU} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\gamma_{AA} & \gamma_{AA} & -\gamma_{UA} \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_{AU} & -\gamma_{AU} & \gamma_{UU} \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La première ligne est l'opposée du paiement à l'agent en cas de sucès. Cette contrainte est toujours binding. Les deuxième et troisième lignes sont les contraintes incitatives pour le Principal. Les deux suivantes sont les contraintes incitatives pour les agents. Les trois dernières lignes renvoient aux contraintes budgétaires. MacLeod résout ce programme en montrant que le contrat que l'on donne dans la troisième partie est solution du problème. Cette solution prend la forme $y^* = [b, b, P, b, b, 0]$. Par le *complementary slackness theorem*, ce contrat est optimal si et seulement si il existe un $x \in R^8_+$ tel que $x_i v_i = 0$ pour toutes les valeurs de i où $v = c - Ay^*$. A la suite de MacLeod, on peut noter que pour la solution y^* les contraintes des agents sont respectées et donc qu'automatiquement $v_4 = v_5 = 0$. Le Principal fixe la compensation totale au plus bas niveau possible i.e. $b = c^*/(\gamma_{AA} + \gamma_{AU})$; le dénominateur de b étant la probabilité que le Principal ait un bon signal. Cela implique que $v_1 = 0$. La pénalité incitant le principal à se montrer honnête ayant un coût social, elle sera fixée au plus bas et assurera que les contraintes incitatives du Principal sont binding ($\gamma_{AA}\gamma_{UU} - \gamma_{UA}\gamma_{AU} > 0$ impliquant la satisfaction de la seconde contraintes incitative) :

$$P = c^*/\gamma_{AA}$$

Cela implique que v_2 est nul. La première contrainte budgétaire est satisfaite et donc $v_6 = v_7 = 0$. Il convient maintenant de trouver un vecteur $x^* = [x_1, x_2, 0, x_4, x_5, x_6, x_7, 0]^T \geq 0$ satisfaisant $A^T x = a$. Il faut donc envisager deux cas : celui où $\gamma_{AU} > 0$ et celui où $\gamma_{AU} = 0$.

Pour $\gamma_{AU} > 0$ il existe un unique vecteur x^* donné par :

$$x_1 = \frac{\gamma_{UA} + \gamma_{AU}}{\gamma_{AU}}$$

$$x_2 = \frac{1}{\gamma_{AA}}\gamma_{UA}$$

$$x_4 = \gamma_{UA}\gamma_{AU}\frac{\gamma_{UA} + \gamma_{AA}}{\gamma_{AA}\gamma_{UU} - \gamma_{AU}\gamma_{UA}}$$

$$x_5 = \gamma_{UA} \frac{\gamma_{AA} + \gamma_{UA}}{\gamma_{AA}\gamma_{UU} - \gamma_{AU}\gamma_{UA}}$$

$$x_6 = \gamma_{AA} + \gamma_{UA}$$

$$x_7 = \gamma_{AU} \frac{\gamma_{UA} + \gamma_{AA}}{\gamma_{AA}}$$

Toutes ces composantes sont positives sous l'hypothèse $\gamma_{AA}\gamma_{UU} - \gamma_{UA}\gamma_{AU} > 0$.

Pour $\gamma_{AU} = 0$ le contrat optimal a la même forme sauf que quand l'Agent a un haut signal, il a une stricte incitation à révéler l'information impliquant que $v_4 \neq 0$ et donc il faut introduire $x_4 \geq 0$. De plus, comme le Principal ne reçoit rien dans le cas AU, cela implique que les deux contraintes incitatives sont binding, contrairement à ce qui était dans le cas précédent et donc il faut admettre que $x_3 \geq 0$. Ainsi, il faut trouver un autre vecteur x^* qui prend ici la forme :

$$x_1 = \frac{\gamma_{UA} + \gamma_{AA}}{\gamma_{AA}}$$

$$x_2 = \frac{1}{\gamma_{AA}} \gamma_{UA}$$

$$x_3 = 0$$

$$x_5 = \frac{1}{\gamma_{UU}} \gamma_{UA} \frac{\gamma_{UA} + \gamma_{AA}}{\gamma_{AA}}$$

$$x_6 = \gamma_{UA} + \gamma_{AA}$$

$$x_7 = 0$$

Cela démontre que le contrat optimal prend la forme d'un bonus pour l'Agent tant que le Principal a un haut signal. Le seul rôle joué par le signal de l'Agent est de fournir une incitation à être honnête pour le Principal par le truchement de la pénalité P. La contrainte incitative sur l'effort de l'Agent satisfait $V'(\lambda) = (\gamma_{AA} + \gamma_{AU})$ donnant l'équation du bonus et permet donc de calculer $P = (\gamma_{AA} + \gamma_{AU})/\gamma_{AA}$. La contrainte de rationalité individuelle implique que :

$$w + \lambda(\gamma_{AA} + \gamma_{AU})b - V(\lambda) = 0$$

En effet, nous supposons que l'Agent n'a pas d'alternative autre que de travailler pour le Principal (pas d'autre employeur, pas de revenu sans emploi). Enfin, la fonction de coût prend la forme :

$$C(\lambda) = V(\lambda) + \lambda\gamma_{UA}P$$